EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….042**

Profilul: Filiera Teoretică: sp.: matematică-informatică, Filiera Vocațională, profil Militar, Specializarea: specializarea matematică-informatică

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul vectorului $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.

(4p) **b)** Să se calculeze distanța de la punctul $D(-1,-2,3)$ la planul $x + y + z - 4 = 0$.

(4p) **c)** Să se determine ecuația tangentei la parabola $y^2 = 6x$ dusă prin punctul $P(6,6)$.

(4p) **d)** Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $L(1, 2)$, $M(2, 3)$ și $P(0, 4)$.

(2p) **e)** Să se calculeze cosinusul unghiului dintre vectorii $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ și $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.

(2p) **f)** Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(1+i)^{10} = a + bi$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Dacă $a, b, c, d \in \mathbf{Q}$ și $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$, să se arate că $a = c$ și $b = d$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $\hat{x} \in \mathbf{Z}_{10}$ să verifice relația $\hat{5}\hat{x} = \hat{0}$.

(3p) **c)** Dacă funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 5x + 1$ are inversa $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, să se calculeze $g(6)$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $log_2(x^2 + 7) = 3$.

(3p) **e)** Să se calculeze suma pătratelor rădăcinilor polinomului $f = X^4 - X^2 + 24$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 4^x + x + 1$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f'(x)dx$.

(3p) **c)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim_{x\to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 10} dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$, $O_3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ şi

mulțimea $C(A)=\{X\in M_3(\mathbf{C})\mid XA=AX\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A.

(4p) **b)** Să se calculeze matricele A^2 şi A^3.

(4p) **c)** Să se arate că matricea A este inversabilă şi să se calculeze inversa sa.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $U,V\in C(A)$, atunci $U\cdot V\in C(A)$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $X\in C(A)$, atunci există $a,b,c\in\mathbf{C}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a&b&c\\c&a&b\\b&c&a\end{pmatrix}$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $Y\in C(A)$ şi $Y^3=O_3$, atunci $Y=O_3$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $Z\in C(A)$ şi $Z^{2007}=O_3$, atunci $Z=O_3$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{3+\cos x}$ şi $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $F(x)=\int_0^x f(t)dt$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x+2\pi)=f(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că nu există $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

(4p) **c)** Să se arate că $\dfrac{1}{4}\le f(x)\le\dfrac{1}{2}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se verifice că $F(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{\sqrt{2}}\right)$, $\forall x\in[0,\pi)$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} F(x)$.

(2p) **g)** Să se arate că graficul funcției F nu are asimptotă către $+\infty$.